

Capitolo 14: La frontiera delle possibilità di produzione

14.1: Introduzione

Nel capitolo 8 abbiamo discusso l'allocazione ottima delle risorse tra gli individui della società, mostrando come l'allocazione "finale" dipenda da quella iniziale. La domanda alla quale non abbiamo ancora fornito una risposta è come venga determinata l'allocazione iniziale delle risorse. Questo è il quesito che ci poniamo in questo capitolo: quali sono le possibilità di produzione di cui dispone la società?

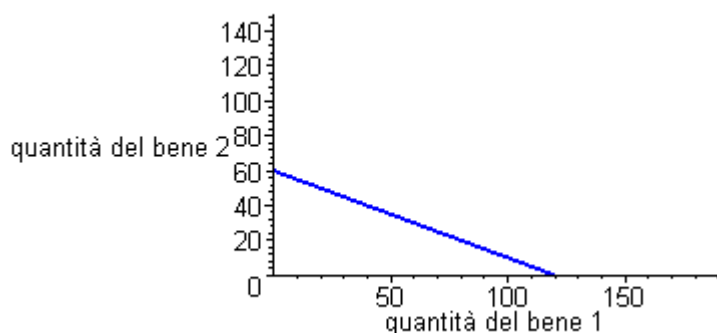
Consideriamo due scenari alternativi. Nel primo, la società è composta da due individui che adottano una tecnologia lineare per produrre una certa combinazione di due beni. Discutiamo come debba essere ripartita la produzione dei due beni tra i due individui perché l'output totale sia massimizzato. Nel secondo scenario la società è composta da due imprese, ognuna delle quali produce uno dei due beni impiegando una determinata combinazione dei due input. L'obiettivo che ci poniamo è stabilire come debbano essere allocati i due input tra le due imprese perché la società possa disporre della massima produzione possibile dei due beni. In entrambi gli scenari determiniamo la *frontiera delle possibilità di produzione* della società ed esaminiamo i fattori che la influenzano.

14.2: Tecnologie lineari

Consideriamo una società composta da due individui, A e B. Entrambi producono i due beni 1 e 2. Le quantità massime dei due beni che ciascuno dei due individui può produrre dedicando tutto il proprio tempo alla produzione del bene stesso sono rispettivamente m_1 per il bene 1 e m_2 per il bene 2 (vedremo che queste quantità massime possono essere di ammontare diverso per A e B). Quando tutto il giorno lavorativo è impiegato nella produzione del primo bene, ciascun individuo produce m_1 del bene 1 e zero dell'altro bene; se, viceversa, la giornata lavorativa è dedicata esclusivamente alla produzione del secondo bene, vengono prodotte m_2 unità del bene 2 e zero unità del bene 1. Quando la giornata lavorativa viene ripartita egualmente tra la produzione dei due beni, ciascun individuo produce $m_1/2$ del bene 1 e $m_2/2$ del bene 2. Più in generale, per frazioni di tempo dedicate alla produzione dei beni 1 e 2 rispettivamente pari ad a e $(1-a)$, vengono prodotte am_1 unità del bene 1 e $(1-a)m_2$ unità del bene 2. Queste possibilità di produzione definiscono una *tecnologia lineare*.

Ammettiamo che l'individuo A possa produrre al massimo 120 unità di bene 1 e 60 unità di bene 2. La *frontiera delle possibilità di produzione* di A è rappresentata nella figura 14.1 dove le quantità di bene 1 e 2 sono rappresentate rispettivamente sull'asse delle ascisse e delle ordinate.

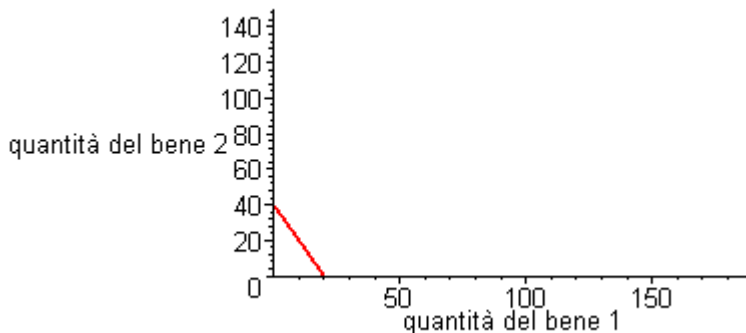
14.1: la frontiera delle possibilità produttive per l'individuo A



I punti appartenenti alla linea retta rappresentano tutte le possibilità di produzione a disposizione di A, assumendo che l'individuo lavori tutto il giorno¹. Ad esempio il punto equidistante dai due estremi della retta rappresenta la situazione nella quale l'individuo divide equamente la propria giornata lavorativa tra la produzione dei due beni.

Assumiamo che l'individuo B sia meno produttivo di A nella produzione di entrambi i beni: B può produrre al massimo 20 unità di bene 1 e 40 unità di bene 2. La *frontiera delle possibilità di produzione* di B è riportata in figura 14.2.

14.2: la frontiera delle possibilità produttive per l'individuo B



Quando B dedica tutta la propria giornata lavorativa alla produzione di un solo bene, produce 20 unità di bene 1 o 40 unità del bene 2. Se, viceversa, l'individuo impiega metà della giornata nella produzione di un bene e l'altra metà nella produzione dell'altro, produce rispettivamente 10 e 20 unità di bene 1 e 2.

A è più produttivo di B in termini assoluti. Tuttavia, B è *relativamente* più efficiente di A nella produzione del bene 2, e A è *relativamente* più efficiente di B nel produrre il bene 1. Come è possibile raggiungere questa conclusione? Se A desidera produrre 1 unità addizionale di bene 1 deve rinunciare alla produzione di 0.5 unità del bene 2. L'individuo B, viceversa, per ogni unità supplementare prodotta di bene 1 deve rinunciare a produrre 2 unità di bene 2. Perciò, il *costo* di produzione di 1 unità di bene 1 (misurato in termini di unità dell'altro bene a cui bisogna rinunciare) è relativamente minore per l'individuo A. Riferiamo ora lo stesso ragionamento al costo di produrre 1 unità dell'altro bene. Se B desidera produrre 1 unità addizionale di bene 2 deve rinunciare alla produzione di 0.5 unità del bene 1. Invece l'individuo A deve rinunciare a produrre 2 unità di bene 1 per ogni unità in più prodotta di bene 2. Il costo di produzione di 1 unità aggiuntiva di bene 2 è dunque minore per l'individuo B e in questo senso B è più efficiente di A nella produzione del bene 2.

L'argomento di nostro interesse consiste nello stabilire la divisione della produzione dei due beni tra A e B che permetta di massimizzare l'output di entrambi i beni. La soluzione al problema è la determinazione della più alta frontiera delle possibilità di produzione della società.

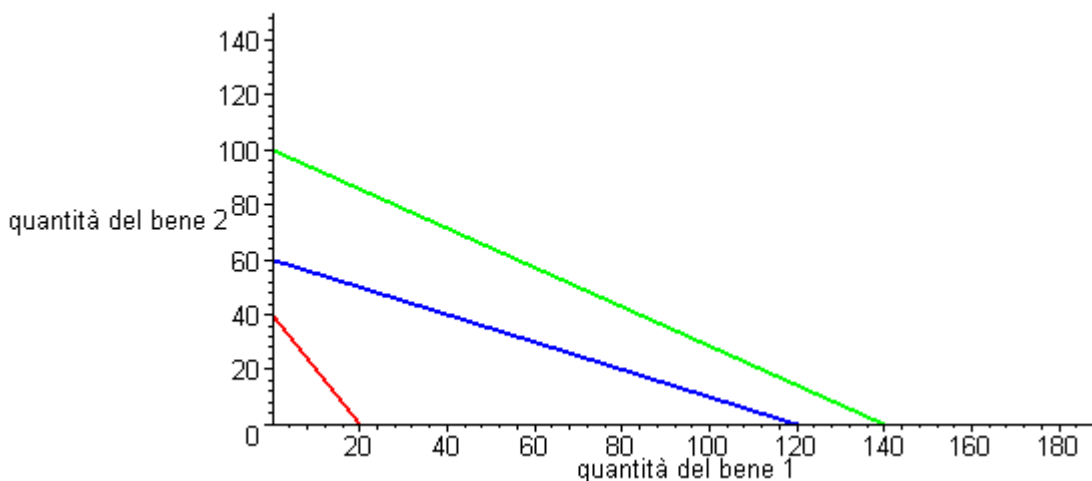
I punti estremi della frontiera delle possibilità di produzione della società sono facilmente individuabili. Se la società desidera consumare esclusivamente il bene 1, entrambi gli individui devono dedicarsi a produrre questo bene e l'output totale è dato da $(120+20)=140$. Nel caso la società desideri consumare solo il bene 2, A e B devono dedicarsi esclusivamente alla produzione di questo bene e l'output totale è pari a $(60+40)=100$. La determinazione dei punti intermedi della frontiera delle possibilità di produzione della società è più complessa.

¹ Questa ipotesi sarà mantenuta in tutto il capitolo. Se l'individuo considera la scelta tra lavoro e tempo libero ha senso considerare soluzioni appartenenti all'area sottostante la frontiera.

Una possibilità è che A e B impieghino la stessa frazione delle rispettive giornate lavorative nella produzione dello stesso bene. Ad esempio, se A lavora metà della giornata per produrre il bene 1, B fa lo stesso o, più in generale, se A e B dedicano la stessa frazione a della giornata lavorativa alla produzione del bene 1, la frontiera delle possibilità di produzione della società è riportata nella figura 14.3.

14.3

14.4: la frontiera delle possibilità produttive sociali se la produzione è divisa in modo eguale



La frontiera delle possibilità di produzione della società è rappresentata dalla retta più alta. La retta più vicina all'asse delle ascisse è la frontiera delle possibilità di produzione di B mentre quella in posizione intermedia è la frontiera di A. Abbiamo già discusso le proprietà dei due punti estremi sulla frontiera (140,0) e (0,100). In tutti i punti intermedi A e B dividono equamente il proprio lavoro nella produzione dei due beni. Ad esempio, in corrispondenza del punto equidistante dai due punti estremi (70, 50) la giornata lavorativa è divisa equamente nella produzione dei due beni: A produce 60 unità del bene 1 e 30 unità del bene 2 e B produce 10 unità del bene 1 e 20 unità del bene 2. La produzione resa disponibile alla società nel suo complesso è 70 unità del bene 1 e 50 del bene 2. Un altro esempio è il punto (105, 25) che viene raggiunto se A e B lavorano entrambi $\frac{3}{4}$ del giorno per produrre il bene 1 e $\frac{1}{4}$ per produrre il bene 2 producendo rispettivamente 90 e 15 unità del bene 1 e 15 e 10 unità del bene 2.

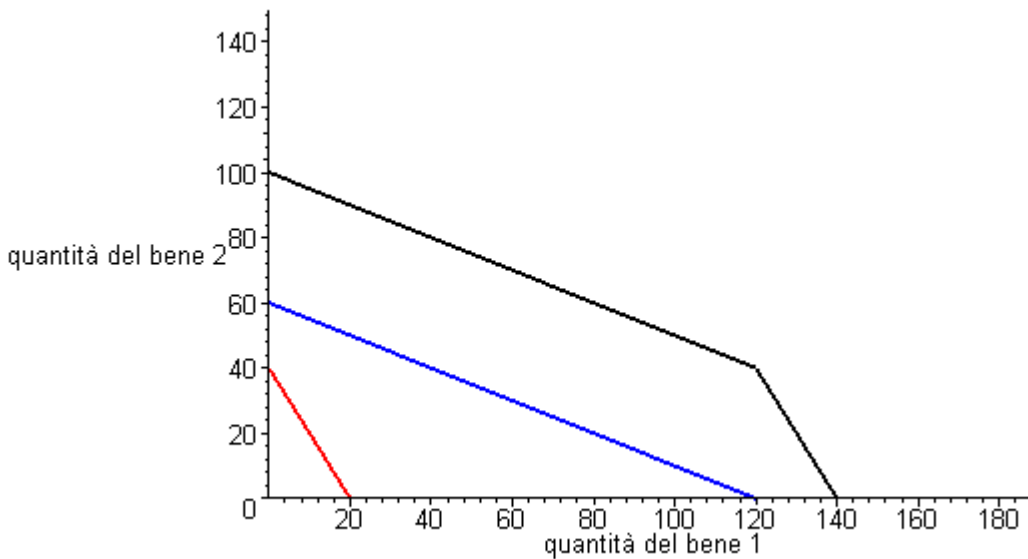
Questa modalità di ripartizione della produzione tra i due individui è la migliore possibile? Ne esistono altre più convenienti? Del resto, abbiamo già verificato che A è più efficiente di B nella produzione del bene 1 e il contrario avviene per la produzione dell'altro bene. Non sarebbe meglio che i due individui si specializzassero nella produzione del bene che sono in grado di produrre più efficientemente?

Non è difficile intuire che la risposta a questo interrogativo è "sì". Consideriamo la situazione nella quale A e B si specializzano rispettivamente nella produzione del bene 1 e 2. In questo caso, A produce 120 unità del bene 1, B 40 unità dell'altro bene, e la società ottiene la combinazione (120,40). Dove si colloca questa combinazione della figura 14.4 *Al di sopra* della frontiera delle possibilità di produzione della società.

La frontiera delle possibilità di produzione della società che si ottiene applicando il principio della specializzazione è disegnata nella figura 14.4

14.4:

14.6: la frontiera delle possibilità produttive sociali se A (B) si specializza nel bene 1 (2)



Conosciamo già l'interpretazione dei punti di intercetta verticale e orizzontale. La combinazione (120,40) è il punto d'angolo che divide la frontiera in due regioni. A sinistra di (120,40), la società consuma più di 40 unità di bene 2 (la quantità di bene 2 prodotta dall'individuo B specializzato nella sua produzione). Ne consegue che a sinistra di (120,40), B lavora tutto il giorno per produrre 40 unità del bene 2 e A produce la quantità aggiuntiva di bene 2 che la società desidera consumare. In corrispondenza di tutti i punti della frontiera a destra di (120,40) la società desidera consumare una quantità di bene 1 maggiore di 120 unità (la quantità di bene 1 prodotta dall'individuo A specializzato nella produzione di questo bene). In questo tratto della frontiera A lavora esclusivamente per produrre 120 unità del bene 1 e B si occupa della produzione delle rimanenti unità di bene 1 che la società desidera consumare. Questa è la ripartizione efficiente della produzione dei due beni tra A e B, nel senso che l'output totale messo a disposizione della società è massimizzato².

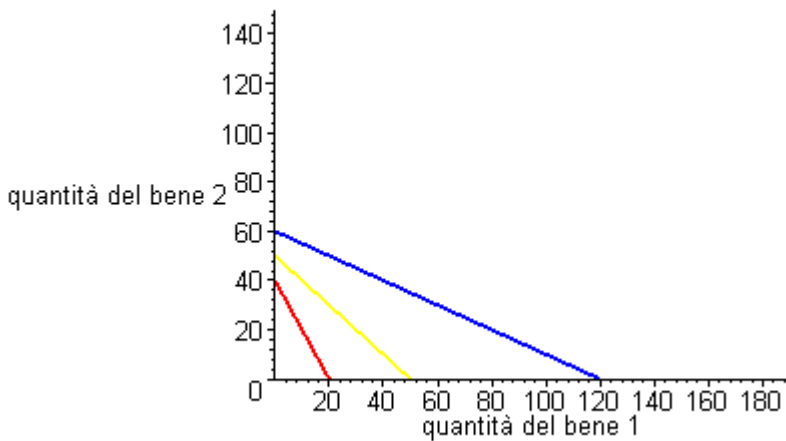
E' importante osservare che la frontiera delle possibilità di produzione della società deriva direttamente dalle due frontiere relative agli individui A e B. Lo spostamento verso l'alto della frontiera di A di un ammontare costante pari a 40 (il prodotto di B quando si specializza nella produzione del bene 2) determina il primo tratto della frontiera delle possibilità di produzione della società; il secondo tratto è dato dallo spostamento orizzontale della frontiera di B di un ammontare costante pari 120 (le unità di bene 1 prodotte da A quando si specializza nella produzione di questo bene). Notiamo infine che la frontiera delle possibilità di produzione della società è concava: ciò avviene sempre se si applica il principio della specializzazione.

Cosa avviene se inseriamo un terzo individuo nella nostra società? La frontiera delle possibilità di produzione del nuovo individuo influenzerà quella della società. Ammettiamo che il nuovo arrivato abbia un'abilità nella produzione dei due beni intermedia tra A e B: la sua frontiera unisce i punti estremi (50,0) e (0,50) figura 14.5.

14.5:

² A e B sono rispettivamente più efficienti nella produzione dei beni 1 e 2 per ogni livello di produzione. Ciò implica che è conveniente affidare ad A la produzione della massima quantità possibile del bene 1 e a B quella dell'altro bene.

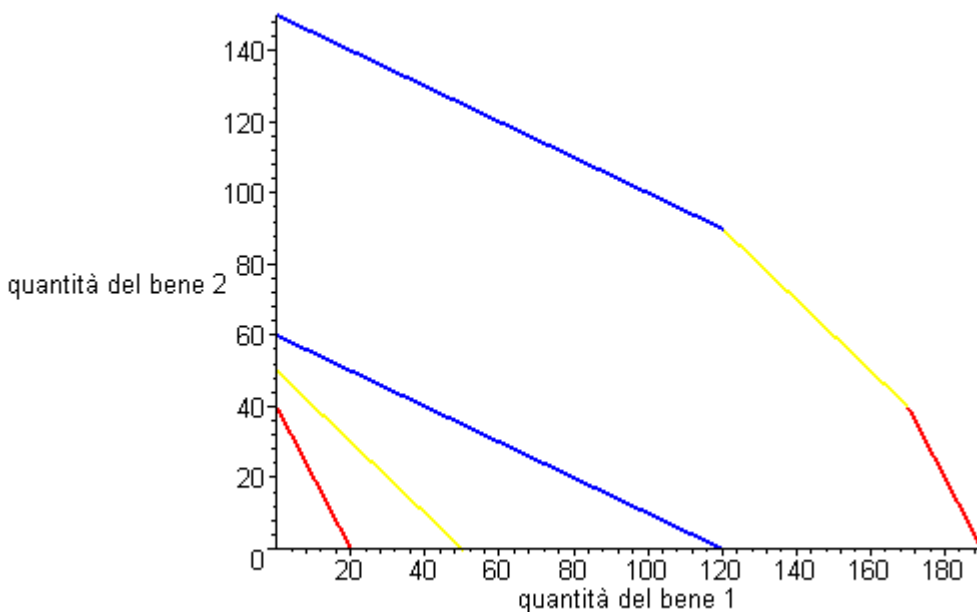
14.7: un terzo individuo (giallo)



La nuova frontiera delle possibilità di produzione della società è rappresentata nella figura 14.6.

14.6:

14.9: la migliore frontiera delle possibilità produttive sociali con tre individui



Notiamo che: (1) quando la società desidera consumare elevate quantità del bene 1, A e C si specializzano nella produzione di questo bene; (2) quando la società desidera consumare elevate quantità del bene 2, B e C si specializzano nella produzione di questo bene; (3) in tutti i casi intermedi, A si specializza nella produzione del bene 1 e B nella produzione del bene 2. La frontiera delle possibilità di produzione della società è sempre concava, e resterebbe tale anche per un numero maggiore di individui. Per individui aggiuntivi avremmo semplicemente l'aggiunta di altri segmenti (uno per ogni individuo in più). Notiamo inoltre che l'inclinazione di ognuno dei segmenti appartenenti alla frontiera misura il *tasso marginale di sostituzione* tra i due beni e che, in particolare, il *sms* lungo ogni tratto (segmento) della frontiera misura il *sms* (costante) di uno specifico individuo appartenente alla società.

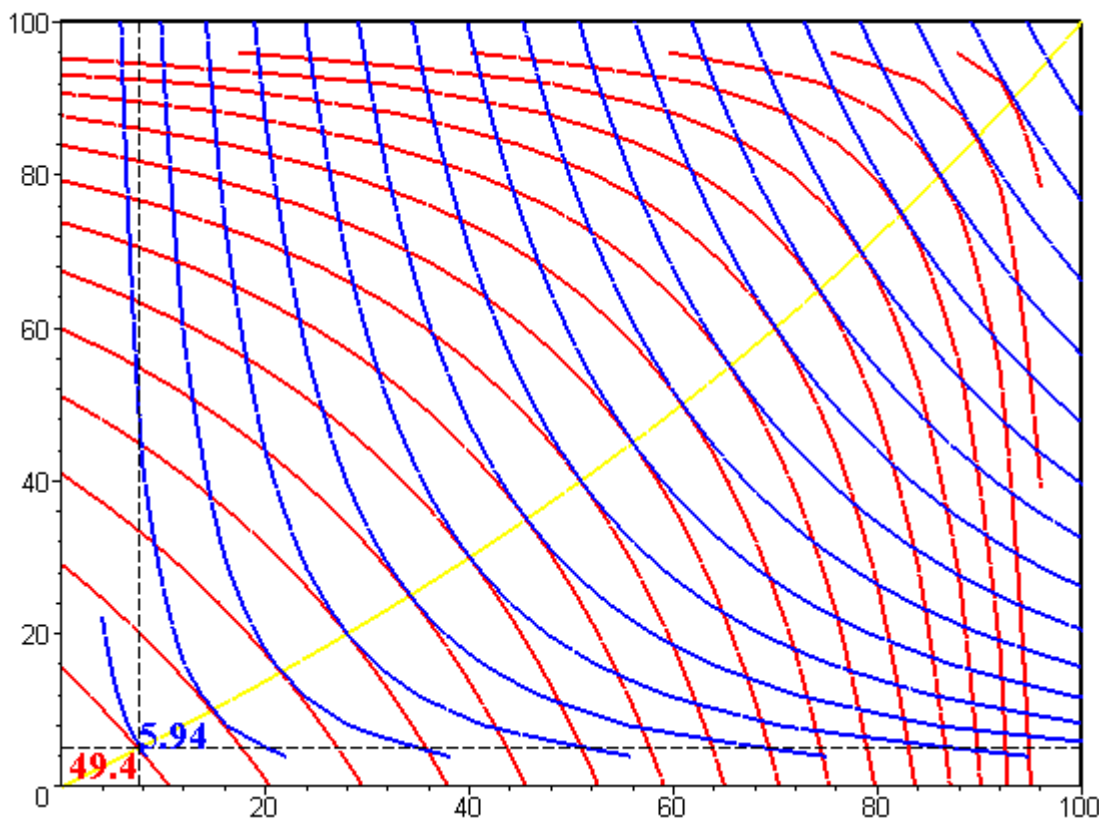
14.3: Tecnologie non lineari

Nel paragrafo precedente abbiamo concluso che sebbene le tecnologie di produzione adottate dagli individui siano lineari (nel senso descritto in precedenza), dall'applicazione del principio della specializzazione, deriva una frontiera delle possibilità di produzione della società concava.

In questo paragrafo deriviamo una frontiera delle possibilità di produzione della società concava in un nuovo scenario basato sui concetti introdotti ai capitoli 10-13. Assumiamo infatti che la società sia composta da due imprese, ognuna delle quali produce uno dei due beni. Le imprese 1 e 2 producono rispettivamente i beni 1 e 2, utilizzando entrambe una certa quantità dei due input 1 e 2, il cui ammontare disponibile in aggregato è dato. Il problema della società è individuare l'allocazione di input tra le due imprese che permette di massimizzare l'output totale dei due beni.

Risolviamo il problema della determinazione dell'allocazione ottima di input utilizzando la scatola di Edgeworth, figura 14.7, già impiegata in precedenza per la determinazione dell'allocazione ottima di due beni tra due individui. Ora le due origini degli assi relativi alle imprese 1 e 2 sono rispettivamente in basso a sinistra e in alto a destra. Le quantità degli input 1 e 2 sono misurate rispettivamente sull'asse orizzontale e su quello verticale. La lunghezza della scatola di Edgeworth è pari alla quantità totale di input 1. La sua altezza è pari alla disponibilità totale del secondo input. Ogni punto appartenente al diagramma rappresenta una possibile allocazione dei due input e, a ciascuna di esse è associato un diverso livello di output per le due imprese. Gli isoquanti dell'impresa 1 sono convessi all'origine in basso a sinistra, mentre quelli dell'impresa 2 sono convessi rispetto all'origine in alto a destra.

14.7:
14.11: lungo la curva dei contratti



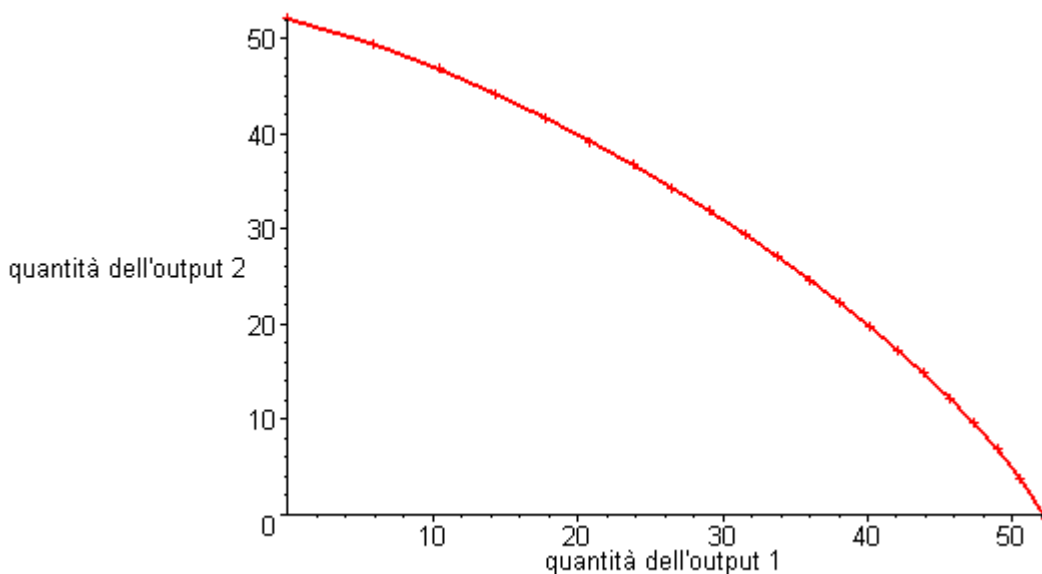
Le allocazioni efficienti di input appartengono alla curva dei contratti e qualunque l'allocazione scelta dalla società deve trovarsi lungo la curva dei contratti. Ad ognuna delle allocazioni efficienti è associato un trade-off: spostandosi su punti sempre più lontani dall'origine in basso a sinistra verso allocazioni più vicine all'origine in alto a destra, l'output dell'impresa 1 aumenta a spese dell'output dell'impresa 2. Il livello di produzione delle due imprese in corrispondenza di ognuno

dei punti della curva dei contratti può essere calcolato a partire dalle tecnologie adottate dalle due imprese. Nell'esempio rappresentato nella figura 14.7 abbiamo assunto che entrambe le imprese adottino una tecnologia Cobb-Douglas con i seguenti valori dei parametri: $a = 0.56$ e $b = 0.24$ per l'impresa 1 e $a = 0.48$ e $b = 0.32$ per l'impresa 2 (entrambe le tecnologie esibiscono rendimenti di scala decrescenti).

Se rappresentiamo graficamente i livelli di output ottenibili dall'impresa 1 lungo la curva dei contratti rispetto a quelli ottenibili dall'impresa 2, otteniamo la frontiera delle possibilità di produzione della società³ (figura 14.8).

14.8:

14.12: la frontiera delle possibilità produttive sociali generata dalla curva dei contratti

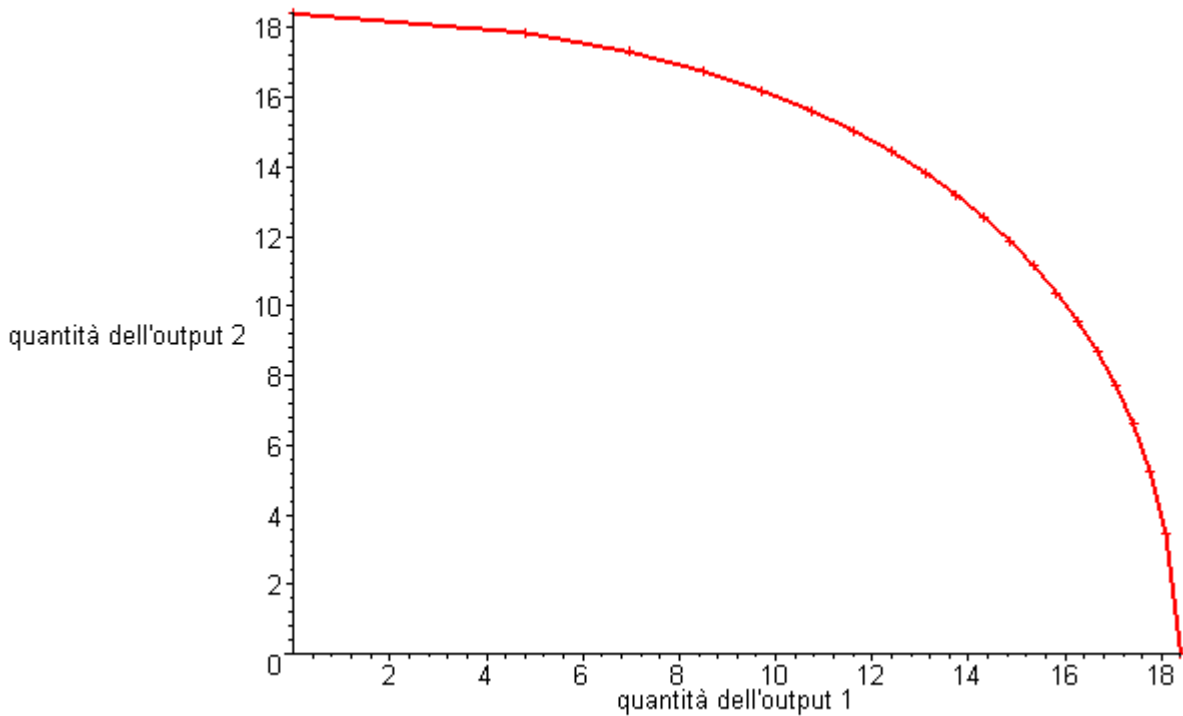


La frontiera è *concava*. Perché? Perché le due imprese hanno rendimenti di scala decrescenti. Per spostamenti verso l'alto, lungo la curva dei contratti, l'output dell'impresa 1 cresce ad un tasso decrescente e l'output dell'impresa 2 diminuisce ad un tasso crescente. E' evidente che il grado di decrescenza dei rendimenti di scala influenza la concavità della frontiera. Se invece dei valori dei parametri $a = 0.56$ e $b = 0.24$ per l'impresa 1 e $a = 0.48$ e $b = 0.32$ per l'impresa 2, poniamo $a = 0.49$ e $b = 0.21$ per l'impresa 1 e $a = 0.42$ e $b = 0.24$ per l'impresa 2 (da notare che il rapporto tra a e b resta invariato per le due imprese e i relativi isoquanti hanno la stessa forma, ma $a+b < 1$ per entrambe), otteniamo la frontiera della società rappresentata dalla figura 14.9.

14.9:

³ É evidente l'analogia con la derivazione della frontiera delle utilità possibili contenuta al capitolo 9.

14.14: la frontiera delle possibilità produttive sociali generata dalla curva dei contratti

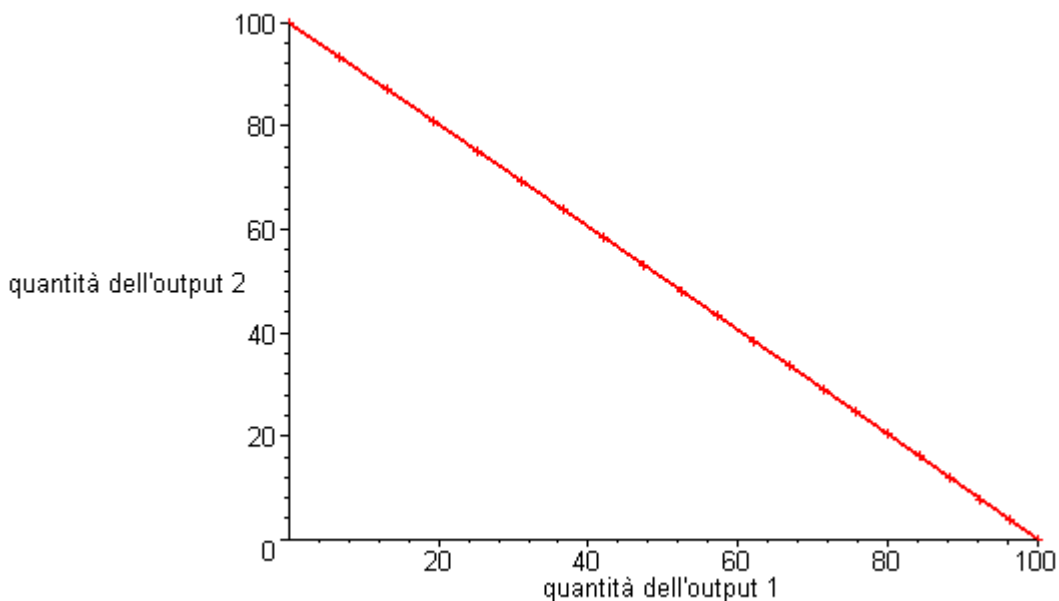


Più concava della frontiera ottenuta in precedenza.

Quando entrambe le imprese adottano una tecnologia con rendimenti di scala costanti, la frontiera delle possibilità di produzione della società diventa lineare: per punti sempre più alti lungo la curva dei contratti l'output dell'impresa 1 cresce in maniera lineare mentre l'output dell'impresa 2 decresce linearmente fino ad annullarsi. Se, ad esempio, consideriamo i seguenti valori dei parametri della tecnologia Cobb-Douglas: $a = 0.7$ e $b = 0.3$ per l'impresa 1 e $a = 0.6$ e $b = 0.4$ per l'impresa 2 (il rapporto tra a e b resta invariato per le due imprese e i relativi isoquanti hanno la stessa forma, ma $a+b=1$ per entrambe), otteniamo la frontiera rappresentata nella figura 14.10.

14.10:

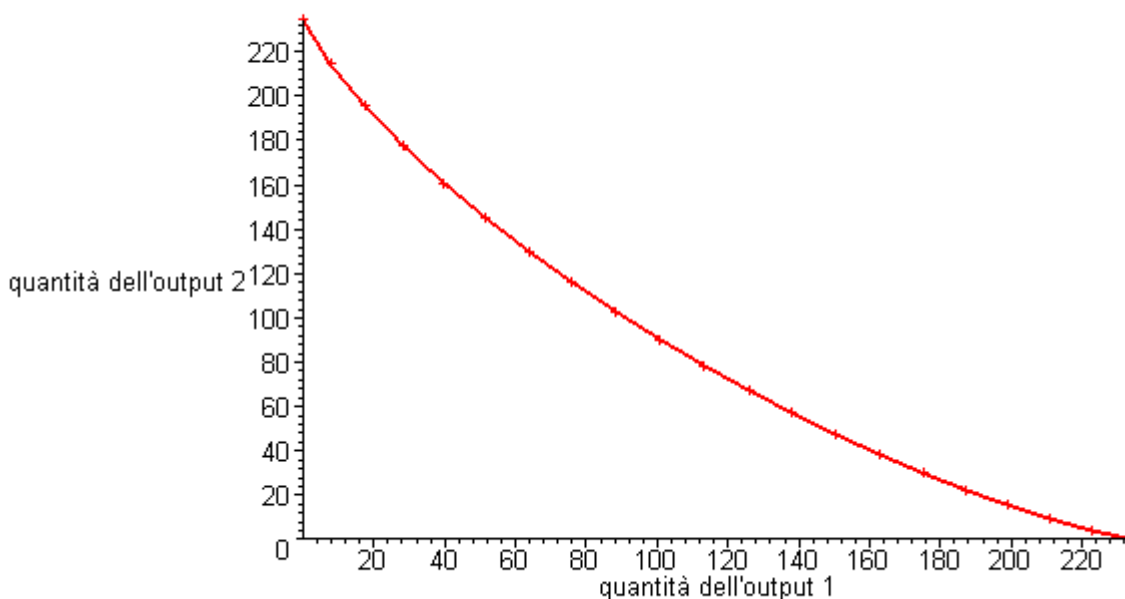
14.16: la frontiera delle possibilità produttive sociali generata dalla curva dei contratti



(Da notare che in questo esempio, la quantità totale disponibile di entrambi gli input è 100 e che il livello massimo di output ottenibile dal loro impiego è 100).

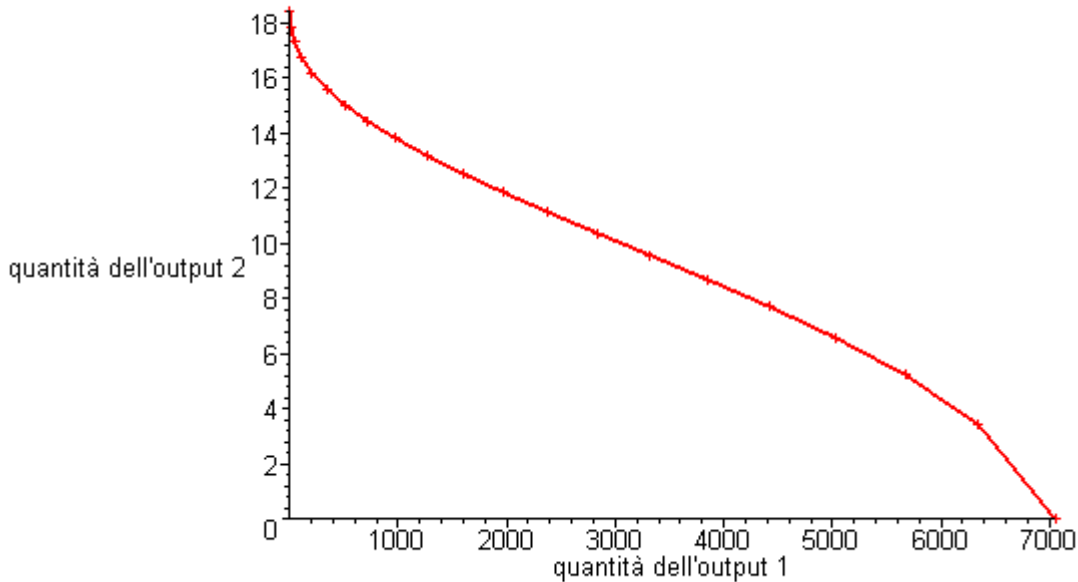
Cosa avviene nel caso di rendimenti di scala crescenti? Per punti sempre più alti lungo la curva dei contratti l'output dell'impresa 1 cresce ad un tasso crescente mentre l'output dell'impresa 2 decresce ad un tasso decrescente. Consideriamo, ad esempio, questi valori dei parametri della tecnologia Cobb-Douglas: $a = 0.7/0.9$ e $b = 0.3/0.9$ per l'impresa 1 e $a = 0.6/0.9$ e $b = 0.4/0.9$ per l'impresa 2 (il rapporto tra a e b resta invariato per le due imprese e i relativi isoquanti hanno sempre la stessa forma, ma $a+b > 1$ per entrambe), otteniamo la frontiera per la società, rappresentata in figura 14.11.

14.11:
14.18: la frontiera delle possibilità produttive sociali generata dalla curva dei contratti



E' possibile considerare il caso ibrido in cui la tecnologia dell'impresa 1 esibisca rendimenti di scala crescenti e l'impresa 2 abbia invece rendimenti di scala decrescenti. Quale sarà la forma della frontiera della possibilità di produzione della società? La frontiera sarà composta da una regione convessa e da una concava (figura 14.12).

14.12:
14.20: la frontiera delle possibilità produttive sociali generata dalla curva dei contratti



14.4: Riassunto

In questo capitolo abbiamo determinato la *frontiera delle possibilità di produzione* della società in due scenari alternativi. Il primo scenario considera un'economia formata da due individui con tecnologie *lineari*.

In questa economia la frontiera delle possibilità di produzione della società è strettamente quasi-concava.

E' concava perché gli individui si specializzano nella produzione del bene che producono in maniera più efficiente.

Il secondo scenario considera il caso più generale di un'economia nella quale operano due imprese che contribuiscono alla produzione dell'output totale e si contendono l'impiego di un'offerta data dei due fattori produttivi. In presenza di tecnologie caratterizzate da isoquanti convessi all'origine abbiamo dimostrato il seguente risultato:

In un'economia con rendimenti di scala crescenti, costanti o decrescenti la frontiera delle possibilità di produzione della società è convessa, lineare o concava in ogni suo punto.

14.5: Domande di verifica

- (1) Costruisci un esempio di una società lineare composta da tre individui e derivane la frontiera delle possibilità produttive della società. Mostra che la *fpp* è composta da tre segmenti, uno per ogni individuo.
- (2) Sia data una società composta da tre individui A, B e C. Assumiamo che: A abbia un vantaggio comparato rispetto a B e che B abbia un vantaggio comparato rispetto a C nella produzione del bene 1; che C abbia un vantaggio comparato rispetto a B e che B abbia un vantaggio comparato rispetto ad A nella produzione del bene 2.. Assumiamo, inoltre, che nel punto sulla frontiera delle possibilità produttive scelto da questa società B lavori metà della sua giornata lavorativa per produrre il bene 1 e l'altra metà per produrre il bene 2. Si mostri che A lavora solo alla produzione del bene 1 e che C lavora solo alla produzione del bene 2.
- (3) È vero che se nuovi individui si aggiungono ad una società, indipendentemente dalla loro capacità produttiva, ma fermo restando che siano produttivi, la frontiera delle possibilità produttive della società si espande?